מודלים חישוביים – תרגול 1

מריאנו שיין
marianos@post.tau.ac.il
mariano@geshem.com

אתר הקורס
http://tau-cm.wikidot.com

היום:
שפות רגולריות ואוטומטים דטרמיניסטיים סופיים

שפות

א"ב: קבוצה סופית של תוים

$\sum_1 = \{0,1\}$ $\sum_2 = \{a,b,c\}$

מילה/מחרוזת: סדרה סופית של תוים

0011100101 $abba$ ε

שפה: קבוצת מחרוזות

$\{0,001,00\}$ $\{\varepsilon, aaa, abc, cc\}$ ϕ

פעולות על שפות

$\sum = \{0,1\} \qquad L_1 = \{0,00\} \qquad L_2 = \{1,01\}$

שרשור

$L_1 L_2 = \{01,001,0001\}$

איחוד

$L_1 \cup L_2 = \{0,1,00,01\}$

חיתוך

$L_1 \cap L_2 = \phi$

סגור קליני

$L^* = \{x_1 x_2 ... x_n \mid n \geq 0, x_i \in L, \forall 1 \leq i \leq n\}$

$\varepsilon \in L^* \qquad \{\varepsilon\}^* = \{\varepsilon\} = \phi^*$

$L_3 = \{\text{words that start with 0}\} \qquad L_3^* = L_3 \cup \{\varepsilon\}$

$L_4 = \{00,01,10,11\} \qquad L_4^* = \{\text{words of even length}\}$

אוטומט דטרמיניסטי סופי - DFA

$A = \{Q, \Sigma, \delta, q_0, F\}$ $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ $q_0 \in Q$ $F \subseteq Q$

השפה ש A מקבל: $L(A)$

שפה L נקראת רגולרית אם קיים A אוטומט דטרמיניסטי סופי כך ש $L = L(A)$

נבנה DFA לשפות הבאות: (בכל הדוגמאות, אלא אם מצויין אחרת $\Sigma = \{0,1\}$)

- L5 כל המילים שמתחילות ב 1011
- L6 כל המילים המכילות 1011
- L7 כל המילים המסתיימות ב 00
- L8 כל המילים שהתו הלפני אחרון שלהן 0
- L9 – כל המילים מעל {a,b,c} המכילות רצף שני תוים זהים

סגירות: משלים

נבנה DFA לשפה $\overline{L6}$: כל המילים שאינן מכילות 1011

טענה: אם L רגולרית אז גם $\overline{L}$ רגולרית

$$A = \{Q, \Sigma, \delta, q_0, F\} \qquad L = L(A)$$

$$A' = \{Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F\} \qquad \overline{L} = L(A')$$

סגירות: חיתוך

נבנה DFA לשפות הבאות:

- L10 כל המחרוזות שהן ייצוג בינארי של מספרים המתחלקים ב 2
- L11 כל המחרוזות שהן ייצוג בינארי של מספרים המתחלקים ב 3
- L12 כל המחרוזות שהן ייצוג בינארי של מספרים המתחלקים ב 6

טענה: אם L_1, L_2 רגולריות אז גם $L_1 \cap L_2$ רגולרית

$$A_1 = \{Q_1, \Sigma, \delta_1, q_0, F_1\}, \qquad A_2 = \{Q_2, \Sigma, \delta_2, p_0, F_2\}$$

$$L_1 = L(A_1), \qquad L_2 = L(A_2)$$

$$A = \{Q_1 \times Q_2, \Sigma, \delta, < q_0, p_0 >, F_1 \times F_2\}$$

$$\delta(< q, p >, a) = < \delta_1(q,a), \delta_2(p,a) > \quad \forall a \in \Sigma, q \in Q_1, p \in Q_2$$

$$L_1 \cap L_2 = L(A)$$