

בוזן אמצע במודלים חישוביים 2003/4 סמסטר א'

מרצה: פרופ' בני שור
מתרגל: גדי קימל

הוראות

1. מומליץ לקרא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שעתיים ורבע. לא תינתן הארכה.
3. חומר עזר מותר: שני עמודי פוליו (דו צדדיים) בלבד.
4. יש לענות על השאלות בטופס השאלון או בטופס התשובות, בהתאם להוראות של כל אחד מחלקי הבחינה. מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיוטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
6. יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז. ומספר גרסה.
7. בבחינה שני חלקים. חלק א' מכיל שאלות סגורות. חלק ב' מכיל שאלות פתוחות. קראו בעיון את ההנחיות לכל אחד מהחלקים.
8. הנחיות לחלק א':
 - א. בחלק זה 10 שאלות מסוג בחירת תשובה מתוך מספר אפשרויות.
 - ב. תשובה נכונה מזכה ב-5 נקודות. תשובה שגויה איננה מזכה בניקוד.
 - ג. את התשובות יש לסמן במקום המתאים לכך בטופס התשובות.
 - ד. בכל שאלה יש לסמן תשובה יחידה.
9. הנחיות לחלק ב':
 - א. בחלק זה 2 שאלות "פתוחות".
 - ב. הניקוד לכל שאלה הוא 25 נקודות.
 - ג. יש לסמן את התשובה הנכונה מבין האפשרויות הנתונות ולהוכיח את נכונותה.
 - ד. תשובה נכונה עם הוכחה שגויה לחלוטין או ללא הוכחה אינה מזכה בנקודות.
 - ה. התשובה "אינני יודע/ת" מזכה ב-5 נקודות. במקרה זה אין להוסיף שום הסבר.
 - ו. יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.
 - ז. יש לענות תשובות ברורות ותמציתיות. תשובות מסורבלות יגררו הורדת נקודות.

בהצלחה !

חלק א

בשאלות הבאות נסמן ע"י CFG את מחלקת השפות חסרות הקשר, וע"י Reg את מחלקת השפות הרגולריות.

1. נגדיר את מחלקת השפות co-CFG כך: $L \in \text{co-CFG}$ אם השפה המשלימה ל-L היא חסרת הקשר. נגדיר את מחלקת השפות: $C := \text{CFG} \cap \text{co-CFG}$. סמנו את התשובה הנכונה:

א. $C = \text{Reg}$

ב. $C = \text{CFG}$

ג. $\text{Reg} \subsetneq C \subsetneq \text{CFG}$

ד. $\text{co-CFG} \subseteq C$

2. תהי השפה L אוסף המחרוזות מעל $\{0,1\}$ המכילות פי שלושה אפסים מאחדים. אלו מהאפשרויות הבאות מתקיימות:

א. $L \in \text{Reg}$

ב. $L \in \text{CFG} \setminus \text{Reg}$

ג. $L \notin \text{CFG}$

3. תהי השפה L אוסף המחרוזות מעל $\{0,1\}$ כך שמספר האפסים שווה למספר האחדים בחזקת 3. אלו מהאפשרויות הבאות מתקיימות:

א. $L \in \text{Reg}$

ב. $L \in \text{CFG} \setminus \text{Reg}$

ג. $L \notin \text{CFG}$

בשתי השאלות הבאות נגדיר רישא (prefix) וסיפא (suffix) של מחרוזות. תהי $x = x_1 x_2 x_3 \dots x_n$ מחרוזת מאורך n. נסמן ב- x_i את האות ה-i במחרוזת x. עבור k טבעי בתחום $[1..n]$, רישת k של x היא המחרוזת $x_1 x_2 x_3 \dots x_k$, ואילו סיפת k של x היא המחרוזת $x_{n-k+1} x_{n-k+2} \dots x_{n-1} x_n$.

4. תהי L השפה המכילה את כל המחרוזות x מעל $\{0,1\}$ כך שקיים k בתחום $1 \leq k \leq |x|$, עבורו רישת k של x וסיפת k של x שוות. אלו מהאפשרויות הבאות מתקיימות:

א. $L \in \text{Reg}$

ב. $L \in \text{CFG} \setminus \text{Reg}$

ג. $L \notin \text{CFG}$

5. תהי L השפה המכילה את כל המחרוזות x מעל $\{0,1\}$ כך שלכל k בתחום $1 \leq k \leq |x|$, רישת k של x וסיפת k של x שוות. אלו מהאפשרויות הבאות מתקיימות:

א. $L \in \text{Reg}$

ב. $L \in \text{CFG} \setminus \text{Reg}$

ג. $L \notin \text{CFG}$

6. תהי השפה L אוסף המחרוזות מעל $\{a,b,c\}$ המכילות מספר שווה של a -ים, b -ים, ו- c -ים. אלו מהאפשרויות הבאות מתקיימות:

- א. $L \in \text{Reg}$
 ב. $L \in \text{CFG} \setminus \text{Reg}$
 ג. $L \notin \text{CFG}$

7. נתבונן בדקדוק הבא, עם משתנה תחילי S וארבעה כללי גזירה:

$S \rightarrow A \mid B \mid \varepsilon$
 $A \rightarrow B \mid C$
 $B \rightarrow A \mid C$
 $C \rightarrow A \mid B$

לאילו מהמחלקות הבאות שייכת השפה הנוצרת ע"י הדקדוק:

- א. שפות סופיות.
 ב. שפות רגולריות שאינן סופיות.
 ג. שפות חסרות הקשר שאינן סופיות.
 ד. שפות שאינן חסרות הקשר.

8. אם L שפה כלשהי, נגדיר את השפה L_3 על ידי $L_3 = \{x \mid \forall y \in L : xy \in L\}$. איזו מבין

האפשרויות הבאות מתקיימת?

- א. לכל L רגולרית, L_3 רגולרית.
 ב. קיימת L רגולרית עבורה L_3 רגולרית, וקיימת L רגולרית עבורה L_3 אינה רגולרית.
 ג. לכל L רגולרית, L_3 אינה רגולרית.
 ד. אף לא אחת מהתשובות הנ"ל נכונה.

9. עבור שפה L_2 כלשהי, נגדיר את האופרטור A על שפה: $A(L) = \{x \mid \exists y \in L_2 : xy \in L\}$. איזו

מבין האפשרויות הבאות מתקיימת?

- א. שפות רגולריות סגורות תחת האופרטור A , עבור כל שפה L_2 .
 ב. קיימות שפות L_2 עבורן שפות רגולריות סגורות תחת האופרטור A , וקיימות שפות L_2 עבורן שפות רגולריות לא סגורות תחת האופרטור A .
 ג. שפות רגולריות לא סגורות תחת האופרטור A , עבור כל שפה L_2 .
 ד. אף לא אחת מהתשובות הנ"ל נכונה.

10. עבור שפה L_2 כלשהי, נגדיר את האופרטור A על שפה: $A(L) = \{x \mid \exists y \in L, xy \in L_2\}$. איזו

מבין האפשרויות הבאות מתקיימת?

- א. שפות רגולריות סגורות תחת האופרטור A , עבור כל שפה L_2 .
 ב. קיימות שפות L_2 עבורן שפות רגולריות סגורות תחת האופרטור A , וקיימות שפות L_2 עבורן שפות רגולריות לא סגורות תחת האופרטור A .
 ג. שפות רגולריות לא סגורות תחת האופרטור A , עבור כל שפה L_2 .
 ד. אף לא אחת מהתשובות הנ"ל נכונה.

חלק ב

בשתי השאלות של חלק זה נתייחס לשפה $L = \{x\#y \mid x, y \in \{0,1\}^*, x \neq y\}$

שאלה 1

האם השפה L רגולרית?

תשובה (הקיפו את האפשרות המתאימה): L רגולרית L אינה רגולרית אינני יודע/ת

הוכחה:

שאלה 2

$$L = \{x\#y \mid x, y \in \{0,1\}^*, x \neq y\}$$

האם השפה L חסרת הקשר ?

תשובה (הקיפו את האפשרות הנכונה): L חסרת הקשר L אינה חסרת הקשר אינני יודעת/ת

הוכחה: